

# **Incidencia de un software educativo en la evolución del razonamiento geométrico de estudiantes de educación superior**

*Elizabeth C. Graterol L. y Martín Andonegui Zabala*

Universidad Pedagógica Experimental Libertador,  
Instituto Pedagógico de Barquisimeto, Venezuela.

ioritz@hotmail.com

## **Resumen**

El estudio tiene como principal propósito analizar la incidencia del desarrollo de un curso de Geometría que utiliza como herramienta instruccional el software educativo CABRI GÉOMÈTRE II, en la evolución del razonamiento geométrico de alumnos de Educación Superior. Tomando como base los niveles y fases del modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele, se realizó una categorización referente al grado de adquisición de un determinado nivel, en relación a la naturaleza de la tarea. Los resultados obtenidos en el análisis corroboraron las hipótesis de que el factor instruccional es necesario para el progreso entre etapas de aprendizaje y que existe lentitud en la maduración del razonamiento geométrico de los alumnos, a pesar de vivir experiencias de enseñanza estructuradas e intencionales. Además, el avance promedio es de una etapa y no se detectaron diferencias significativas entre los niveles en cuanto a los avances promedio en las etapas de aprendizaje. Se concluye que el modelo de análisis diseñado en el estudio parece pertinente, porque establece secuencias de etapas de aprendizaje adaptadas a la naturaleza de los ítems.

## **Antecedentes**

Diversos estudios de carácter evaluativo realizados en Venezuela muestran que en los alumnos existen carencias en la capacidad de razonamiento geométrico. Entre tales estudios destacan el Diagnóstico relativo al nivel de conocimientos en Matemática en alumnos que egresaron del Ciclo Básico Común (9º grado de Educación Básica) en el año 1984 -el cual reporta que según las dificultades encontradas, el área de Geometría es considerada como crítica (Silva y Orellana, 1984)- y el reciente informe presentado por el Sistema Nacional de Medición y Evaluación del Aprendizaje (SINEA) -el cual muestra que en el análisis de las respuestas de los alumnos se refleja una gran deficiencia en cuanto a la interpretación de las características de figuras planas y en la identificación de los cuerpos geométricos, así como en el dominio de las relaciones espaciales (ME, 1999)-.

Lo antes descrito ratifica la aseveración presentada por Orellana y Moya (1992), quienes señalan que el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática en la Educación Básica, Media y Diversificada venezolana, está llena de una “tediosa labor de cálculos aritméticos que desarrollan muy pocas destrezas y escasa capacidad de razonamiento” y que “el escaso tratamiento de la Geometría incide en la falta de madurez matemática de los alumnos y en su poca capacidad de razonamiento” (p.72, 84). Por otro lado, Jaime, Chapa y Gutiérrez (1992) señalan que el alumno no está familiarizado con los procesos de abstracción y de razonamiento necesarios en la adecuada manipulación de conceptos geométricos (comprensión e interpretación).

Tomando en consideración lo anterior, se hace necesaria la revisión de elementos que

optimicen la enseñanza de la Geometría. A tal respecto se plantea que entre las principales metas que deben alcanzarse con las nuevas tendencias en la enseñanza de la Geometría está la de propiciar el desarrollo del razonamiento lógico.

### **El razonamiento geométrico**

Describir el razonamiento geométrico de un alumno no resulta tan fácil. Se han hecho algunos intentos al respecto. Entre ellos figura el modelo de razonamiento de van Hiele. Esta teoría describe las formas de razonamiento de los estudiantes de geometría. Aunque puede pensarse que el tipo de razonamiento es el mismo en cualquier parte de las matemáticas propias de las distintas áreas (Aritmética, Álgebra, Geometría, etc.), lo cierto es que se hallan algunas diferencias al abordar cada una de ellas (Jaime, Gutiérrez, 1995).

El modelo de van Hiele establece cinco niveles de razonamiento, los cuales se denominan “visualización o reconocimiento”, “análisis”, “clasificación o deducción informal”, “deducción formal”, y “rigor”. El alumno, ayudado por diseños instruccionales apropiados, se mueve secuencialmente desde el nivel inicial o básico (visualización) hasta el último (rigor), aunque pocos alumnos son capaces de alcanzar este nivel.

Además no puede dejar de observarse que el uso del computador en el desarrollo del proceso enseñanza-aprendizaje cada día se hace más notable, debido a que constituye una valiosa herramienta a través de la incorporación de paquetes educativos que se utilizan de manera didáctica en las actividades escolares. Existen diversos paquetes educativos con propósitos muy bien definidos, como lo es el caso del CABRI GÉOMÈTRE II en la enseñanza de la Geometría. Este software permite planificar actividades para los estudiantes que tienen la finalidad de descubrir teoremas y resolver problemas a través de la exploración de las propiedades de configuraciones geométricas o para justificar la solución de un problema. “Pensar visualmente...parece ayudar al estudiante de cualquier edad a resolver un problema” (Mouses, 1992, p.65).

Esta visión es más difícil de transmitir por medio de construcciones hechas con lápiz y papel (Fritzler, 1997).

Hasta ahora se han presentado algunas ideas en torno a la naturaleza y características del razonamiento geométrico, su concreción en el modelo estructural de van Hiele, y la incidencia que sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría puede tener el uso de materiales interactivos, particularmente los que utilizan el formato del computador.

Es importante señalar que, además de lo acotado anteriormente, parece conveniente tomar en cuenta la orientación de las clases de Geometría hacia la aplicación de las Fases que deben cumplirse para obtener la evolución del razonamiento geométrico en los estudiantes y lograr el avance de un nivel de razonamiento a otro o en el mismo nivel, al ir cubriendo dichas fases (Jaime, Gutiérrez, 1995).

Existen reportes de investigaciones que han estudiado el progreso en el razonamiento geométrico de diversos alumnos, incluso por largos períodos de tiempo. Un ejemplo de esta naturaleza es el de Pyshkalo (citado por Hoffer, 1983), que reporta un progreso en los niveles de razonamiento geométrico, impulsado por una adecuada instrucción ajustada a las fases propuestas en el modelo de van Hiele. Es de hacer notar que en estos estudios y en otros de alcance más limitado (Cfr. Clements, Battista, 1992), el progreso al que se alude, casi

siempre viene expresado y medido en forma de avance de un nivel a otro, o de consecución de determinado nivel. No existen casi referencias con relación al posible progreso dentro de un mismo nivel.

Dentro de este reducido grupo, se pueden mencionar dos estudios llevados a cabo por los mismos autores (Jaime, Gutiérrez, 1990; Gutiérrez, Jaime, Fortuny, 1991), en los que abordaron el problema de graduar, para cada alumno, el avance dentro del mismo nivel de razonamiento geométrico. Los autores plantean como hipótesis que la adquisición, por parte de un alumno, de un nivel de razonamiento, no acaece repentina sino progresivamente. Y que esa progresión marca diferencias en el "grado de adquisición" de un determinado nivel. De esta forma, se señala que el progreso puede ser reconocido por el modo como los estudiantes utilizan los tipos específicos de razonamiento propios de ese nivel.

Los autores proponen cinco intervalos para calificar los distintos grados de adquisición: Ausencia de adquisición, grado de adquisición bajo, grado de adquisición intermedio, grado de adquisición alto, y grado de adquisición completo. Para evaluar el intervalo al que podría remitirse a un alumno al desarrollar determinada actividad, los autores proponen una tipología relativa a las posibles respuestas que puede dar.

Este paradigma alternativo para evaluar el grado de adquisición o de progreso dentro de un nivel fue aplicado por los autores en dos oportunidades. Una, con una muestra de 19 estudiantes del bachillerato español, de 15 y 16 años de edad. Los contenidos evaluados se referían a tópicos de geometría plana: triángulos, cuadriláteros y polígonos en general (Jaime, Gutiérrez, 1990). Y otra, con una muestra de 50 estudiantes (41 docentes de primaria en formación y 9 alumnos de 8º grado). Los tópicos evaluados se referían todos a geometría espacial (Gutiérrez, Jaime, Fortuny, 1991). En ambos casos, los ítems propuestos estaban ubicados en distintos niveles del modelo.

### **El estudio: Objetivos y metodología**

Tomando en cuenta las consideraciones realizadas, se realizó el presente estudio con el fin de evaluar la incidencia del desarrollo de un curso de geometría -que utiliza como herramienta instruccional el software educativo CABRI-GÉOMÈTRE II- en la evolución del razonamiento geométrico de los estudiantes de Educación Superior. Se consideró pertinente hacer un análisis previo y posterior al curso para determinar el nivel de razonamiento geométrico en ambas oportunidades y así poder comparar los niveles de razonamiento inicial y final de los alumnos consultados.

Para ubicar a cada sujeto no sólo en el nivel, sino también en su "grado de adquisición" del nivel, se consideró adecuado tomar en cuenta la naturaleza de la tarea (reconocimiento, construcción, explicación (análisis), demostración y medidas), el tópico particular al que se refiere la tarea (ángulos, paralelismo, polígonos, rectas, triángulos, entre otros) y, finalmente, una categorización de la etapa o grado de adquisición del nivel (de 0 a 4), relativa a la naturaleza de la tarea y a los distintos niveles de logro en su realización.

Tomando en cuenta estos criterios, se establece la siguiente matriz descriptiva referente al grado (etapa) de adquisición de un determinado nivel de razonamiento geométrico:

Naturaleza	0	1	2	3	4
<b>Reconocimiento</b>	<b>tema</b> ↑ No sab en del 0 ↓	- No percibe todas las categorías de clasificación posibles de una figura (como cuadrado, rombo, rectángulo). - Lenguaje inadecuado (incorrecto)	- No percibe todas las categorías de clasificación posibles de una figura (como cuadrado, rombo, rectángulo). - Lenguaje adecuado.	- Reconocimiento completo de algunas figuras, pero no todas las posibles. - Lenguaje adecuado.	- Reconocimiento: - Completo de cada figura. - De todas las figuras posibles. - Lenguaje adecuado.
<b>Construcción</b>		- Construcciones erróneas o incompletas.  - No existe dominio conceptual.	- Construcción con instrumento inadecuado. - Existe comprensión conceptual	- Construcción deficiente, con uso adecuado de instrumentos. - Existe comprensión conceptual.	- Construcción correcta, con uso adecuado de regla y compás. - Uso de notación pertinente (si procede). - Existe comprensión conceptual. 0
<b>Explicación (análisis)</b>		- Conceptos incorrectos por inclusión de alguna propiedad inadecuada, o por exclusión de alguna propiedad necesaria.	- Explicación incompleta. - Uso de sólo una figura como respuesta, sin argumentos formales.	- Explicación correcta. - Existe comprensión conceptual. - Lenguaje inadecuado, no matemático.	- Explicación correcta. - Lenguaje matemático adecuado. - Existe comprensión conceptual.
<b>Demostración</b>		- Referente conceptual incorrecto. - Argumentar sobre características de la figura (forma, medida, posición...)	- Referentes conceptuales parciales - (demostración incompleta).	- Referente conceptual pertinente. - Deficiencias en la concatenación argumental: Exceso, ausencia, saltos...	- Demostración correcta. - Referente conceptual pertinente. - Pasos justificados y precisos.
<b>Medidas (Expresiones aritméticas)</b>		- Referente conceptual incorrecto. - Medida directa sobre la figura.	- Referente conceptual adecuado. - Error en la incorporación a la "fórmula", de los elementos pertinentes del problema.	- Error de cálculo (en la aplicación de la expresión correcta). - Referente conceptual adecuado.	- Medida correcta, basada en referente conceptual adecuado.

**Fuente:** Martín Andonegui, Elizabeth Graterol, 2001

El estudio se enmarca dentro de los parámetros de una investigación explicativa de naturaleza de estudio de caso. La población que se tomó para la realización del estudio estuvo formada por los estudiantes de Educación Superior pertenecientes a la Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico de Barquisimeto (Venezuela), en el año 2001. Se seleccionó una muestra representada por 17 alumnos –docentes en formación- cursantes de la asignatura Geometría I, ubicada en el segundo semestre de la especialidad de Matemática.

En el instrumento aplicado a la muestra en dos oportunidades de prueba (pre y post), se caracterizó cada ítem tomando como referencia: su contenido, la naturaleza de la tarea propuesta, y el nivel de razonamiento (según el modelo de van Hiele) en que se ubicó su resolución cabal, respectivamente.

La información obtenida mediante la aplicación del instrumento en el caso del pretest y luego en el caso del posttest, se sintetiza en la siguiente tabla que contiene la descripción de los ítems según su Nivel, Naturaleza, Contenido, Tratamiento en el curso y variación en las etapas de aprendizaje:

	Nivel	Naturaleza del ítem	Contenido del ítem	Tratado en el curso	Ubicación promedio en la etapa (de 0 a 4)		
					Pretest	Posttest	Variación
1a	1	R	A	Sí	1.6	2.8	1.2
1b	1	R	P	Sí	1.7	1.8	0.1
1c	1	R	F	No	1.1	1.5	0.4
2	2	E	R	Sí	1.0	1.5	0.5
3	2	M	A	Sí	1.3	3.5	2.2
4	2	E-C	T	Sí	1.5	2.1	0.6
5	3	E	C	No	1.0	0.6	-0.4
6	1	R	F	Sí	1.3	2.7	1.4
7	2	C	T	Sí	0.8	2.0	1.2
8	2	C	L	Sí	1.1	1.4	0.3
9	2	C	L	Sí	0.4	1.6	1.2
10	4	D	T	Sí	1.0	1.8	0.8
11	2	C	T	No	0.9	0.9	-
12	3	C	T	Sí	0.8	1.7	0.9
13	3	E	T	Sí	0.5	2.4	1.9
14	2	E	C	No	2.5	2.2	-0.3
15	2	C	C	No	1.1	1.4	0.3
16	4	D	B	Sí	0.2	1.1	0.9
17	2	C	A	Sí	0.9	2.1	1.2
18	4	D	T	Sí	0.3	0.5	0.2

Los códigos utilizados en las columnas son:

Contenido del ítem:	Naturaleza del ítem:
A: Ángulos. P: Paralelismo R: Rectas. L: Perpendicularidad. T: Triángulos. F: Figuras (en general). B: Bisección de segmentos. C: Cuadriláteros.	R: Reconocimiento C: Construcción. E: Explicación (Análisis). D: Demostración M: Medidas

## Conclusiones

El análisis de los datos obtenidos mediante el estudio permite establecer las siguientes conclusiones:

- Se hace evidente en el estudio que el factor instruccional se halla presente en el progreso entre etapas de aprendizaje y que en su ausencia no se produce tal progreso, con lo que se corrobora en el estudio la hipótesis que al respecto formula van Hiele.
- Se confirma la hipótesis que plantea la lentitud en la maduración del razonamiento geométrico de los alumnos, a pesar de vivir experiencias de enseñanza estructuradas e intencionales. En el estudio se tiene que, en promedio, la muestra se hallaba inicialmente en la etapa 1 de aprendizaje –en los diversos niveles en los que se encuentran los ítems– y que después del proceso de enseñanza pasó a la etapa 2.
- Desde la perspectiva de la naturaleza de los ítems, se obtuvo un destacado avance en el ítem relativo a Medida (efectuado en referencia a fórmulas-expresiones aritméticas), que corresponde a dos etapas de aprendizaje. En los ítems de otra naturaleza (reconocimiento, construcción, explicación, y demostración) el avance fue de una etapa.
- No se detectaron diferencias significativas entre los niveles, en cuanto a los avances en promedio en las etapas de aprendizaje; en todos ellos el avance es aproximadamente de una etapa: De la 1 a la 2 para los niveles 1, 2 y 3, y de la 0 a la 1 para el nivel 4.
- El mayor grado de avance se produce en el tema de Ángulos, en el que el promedio de los alumnos pasa de la 1ª a la 3ª etapa de aprendizaje. Los progresos de una sola etapa se presentan en los tópicos de Rectas, Perpendicularidad, Triángulos, Figuras en general, y Bisección de segmentos; en este último caso el tránsito va desde la etapa cero a la etapa uno. No se detectó avance en los contenidos referentes a Paralelismo y Cuadriláteros.
- Este estudio del avance en promedio de etapas de aprendizaje, según el contenido de los ítems, refleja también que el curso no produce efectos de transferencia de aprendizaje de unos tópicos a otros, probablemente porque los tópicos de geometría se perciben y manejan aislados, separados unos de otros.
- El avance en promedio en la categoría Reconocimiento –después de la instrucción– se sitúa en el uso de un lenguaje adecuado; pero los alumnos no perciben todas las categorías de clasificación posibles de una figura, con lo que no logran llegar al reconocimiento completo de algunas figuras.
- El avance en promedio en la categoría Construcción –después de la instrucción– se ubica en las construcciones con instrumentos inadecuados, con comprensión conceptual de la tarea. Pero el grupo no llega siquiera a la realización de construcciones deficientes con uso adecuado de instrumentos.
- El avance en promedio en la categoría Explicación (análisis) –después de la instrucción– abarca las explicaciones incompletas con uso de sólo una figura como respuesta, sin llegar siquiera a la explicación correcta con lenguaje inadecuado, no matemático.
- El avance en promedio, en la categoría Demostración –después de la instrucción– se sitúa en la argumentación sobre características de la figura (forma, medida, posición) con un referente conceptual incorrecto; no llega a abarcar la etapa de demostración incompleta con referentes conceptuales parciales.

- El uso del software CABRI GÉOMÈTRE II como herramienta instruccional en el curso, tal como fue planificado y ejecutado, no muestra incidencia en la evolución del razonamiento geométrico de los alumnos en estudio.
- Son muy pocos los alumnos que logran llegar a la máxima etapa de aprendizaje (etapa 4); se tiene por ejemplo, que en los ítems de naturaleza explicación, de 170 posibles respuestas que se obtienen al agrupar todos los tratados en ambas oportunidades de prueba, sólo 12 ítems están ubicados en dicha etapa.
- Finalmente, puede concluirse que el modelo de análisis diseñado en el estudio es considerado pertinente, porque ratifica las hipótesis generales sobre la instrucción, y establece secuencias de etapas de aprendizaje adaptadas a la naturaleza de los ítems.

## Referencias bibliográficas

- Clements, D. H. y Battista, M. T. (1992). Geometry and Spatial Reasoning. En: D.A. Grouws, *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, p. 420-464. New York, MacMillan.
- Fritzler, (1997). Triángulos y Cuadriláteros Inscritos en un Círculo. Una aplicación del Software Educativo "Cabri Géomètre". Notas de clase. *Educación Matemática*, Vol. 9, N° 2, 116 – 122.
- Graterol, E. (2001). *Incidencia de la administración de un curso de Geometría, que utiliza como herramienta instruccional el software educativo Cabri Géomètre II, en la evolución del razonamiento geométrico de los estudiantes de Educación Superior (Caso UPEL - Barquisimeto)*. Barquisimeto, Maestría Interinstitucional en Matemática.
- Gutiérrez, A. & Jaime, A. y Fortuny, J. M. (1991). An Alternative Paradigm to Evaluate the Acquisition of the van Hiele Levels. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22, 237 – 251.
- Hoffer, A. (1983). Van Hiele – Based Research. En: R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*, p. 205–227. New York, Academic Press.
- Jaime, A. & Chapa, F. y Gutiérrez, A. (1992). Definiciones de Triángulos y Cuadriláteros: Errores e Inconsistencias en Libros de Texto de E.G.B. *Epsilon*, N° 23, 49 – 62.
- Jaime, A. y Gutiérrez, A. (1990). Un estudio de los grados de adquisición de los niveles de van Hiele en los estudiantes de Escuela Secundaria. *PME 14*, Vol. II, 251-258.
- Jaime, A. y Gutiérrez, A. (1995). *El Grupo de las Isometrías del Plano*. Madrid, Síntesis.
- Silva, M. y Orellana I. (1984). *Diagnóstico del Nivel de Conocimientos en Biología, Ciencias de la Tierra, Física, Uso Instrumental del Lenguaje, Matemática y Química, en Estudiantes que Egresan del Ciclo Básico Común de Educación Media*. Año Escolar 1983-1984. Caracas, OPSU-CENAMEC.